

2008年度は、5時間で10問を出題した。問題を作成する際の方針は例年通り、(1)どのチームも少なくとも1問以上解けること、(2)どの問題も少なくとも1チーム以上によって解かれること、(3)全ての問題を解くチームはいないこと、であった。今年は易しい問題が例年よりも少々難しかったようで、残念ながら1問も解けないチームが1チームあった。また、10問のうちHとJがどのチームにも解かれなかった。問題セット全体の難易度は例年よりも若干高かったようだ。

HとJ以外の8問を解いたチームが1チームあり、そのチームの優勝となった。7問を解いたチームは5チームあったが、そのうちHとJ以外の8問のうちDを解けなかったのが1チーム、Iを解けなかったのが4チームであった。優勝をねらうには、苦手な分野を作らないようにする必要があるだろう。優勝チームと準優勝チームの間で解けた問題数に差がついたことはよかった。この点から見ると問題の難易度設定はおおむね適切であったと考えられる。

表 1: 正解数ごとのチーム数

正解数	10	9	8	7	6	5	4	3	2	1	0
チーム数	0	0	1	5	2	3	4	8	9	2	1

表 2: 問題ごとの結果(全 35 チーム)

問題	分野	submit 数	正解チーム数
A	仕様	48	34
B	仕様	35	32
C	組み合わせ	24	20
D	グラフ	20	9
E	幾何	12	10
F	経路探索	18	14
G	文字列マッチング	55	9
H	幾何&シミュレーション	1	0
I	数式処理	2	2
J	幾何&探索	2	0

### 問題 A: Grey Area

ヒストグラムを印刷する際のインクの消費量を求める問題。与えられた刻み幅でデータをカテゴリに分類して度数分布表を作り、カテゴリの総数が判明した後にインクの消費量を求めるという2パスの処理が必要である。

棒ごとに印刷濃度が段階的に変わる、など問題文中に書かれている条件を読み落として誤答するケースが目立った。簡単な問題ではあるが、例年の簡単な問題と比べるとやや難度が高かったようだ。最終的にほとんどのチームが解けたが、正解までにかかなりの時間がかかったチームもあった。

### 問題 B: Expected Allowance

$n$  個のサイコロを投げて出た目の和について、それぞれの場合の数を数え上げる問題。サイコロが  $k$  個のときの場合の数を使って、 $k+1$  個のときの場合の数を順次求めていけばよい。

このような考え方に慣れているかどうかで正答までの時間に差が出たようだが、最終的にほとんどのチームが解いた。

### 問題 C: Stopped Watches

「上下の区別がつかない」「時針・分針・秒針の区別がつかない」という条件のついた時計の表す時刻を推定する問題. 時針と分針との間に成り立つ関係から, 1 個の時計につき 72 通りの解釈が考えられるので, あとは複数の時計が最も近くの時刻となるような解釈を探索すればよい.

半数以上のチームが解けており, 誤答も少なかった.

### 問題 D: Digits on the Floor

線分で構成された数字を認識する問題. 「余分な線分は存在しない」「交差する線分は必ず直交する」「数字は重ならない」という条件設定により, 問題が単純化されている.

交差した線分をグループ化し, グループ内での「線分の数」「線分の端点が交点となる数」「線分の途中が交点となる数」を調べると 2 と 5 以外の数字は認識できる. 2 と 5 の区別は, 端点からの 2 つの線分の曲がり方で判別できるのでベクトルの外積を計算すればよい.

正答するチームはもっと多いと想定していたが, 上位のチームでもてこずる様子が見られたのは意外であった. 線分に属する点の集合, ある点を通る線分の集合などをきちんと扱えば比較的容易に解けるが, 「2 次元上の点は複素数で表現する」などの早解きのテクニックを使うと解きにくい問題だったようだ.

### 問題 E: Spherical Mirrors

レイトレーシングの問題. 幾何の問題は難しいという噂もあるようだが, この問題は簡単である. 直線と球との交点を求めてから, その交点での反射方向を求める計算を繰り返していけば正解は求まる. 反射光が次にどの球で反射するかを求める際に, 計算誤差により同じ球上の交点を解だと間違わないように注意が必要である.

簡単な問題の割には, 正答したチーム数は多くなかった. 幾何だからと敬遠するのではなく, 易しい問題であることを見抜いてもっと多くのチームに挑戦してもらいたかった.

### 問題 F: Traveling Cube

最短経路の探索問題. 色のついたサイコロをタイルの上でころがして, 指定されたタイルを順番に指定された色を上にして通過する. サイコロの面は 6 種類あり, ある面を上にした置き方は 4 通りで, 通過すべきタイルは 6 個指定される. したがって,  $6 \times 4 \times 6 \times$ 「横方向のタイル数」 $\times$ 「縦方向のタイル数」の数のノードを考えてダイクストラ法で探索すればよい.

このような探索問題に対しては慣れているチームが多かったようで, 14 チームが正解した.

### 問題 G: Search of Concatenated Strings

文字列のマッチング問題. 単純な方法ではうまくいかず, ビット計算での DP が必要である.

ターゲット文字列の各場所について, そこまでにマッチしたパターンシーケンスを全て記憶しておく方法で解ける. 最大で 12 種類の文字パターンが与えられるので, どのパターンがマッチしているかを表現するのに 12 ビット必要である. 12 ビットで表現されるビットパターンの種類は  $2^{12}$  通り (=4096 通り) なので, 4096 ビットあればどのパターンシーケンスがマッチしているかを同時に記憶できる. ターゲット文字列の各文字についてこれを記憶すればよいから, 必要なメモリは  $2^{\text{文字パターン数}} \times$ 「ターゲット文字列の長さ」となる.

一見簡単そうに見えるため, Time-Limit Exceeded となる大量のサブミットがあった. 「パターンを組み合わせた文字列を全て生成し, ターゲット文字列の先頭からそれぞれマッチングさせてみる」という単純な方法は  $O(12! \times 5000)$  の計算量が必要になるので正解にはならない. 問題文中に「注意: サンプル入力

には小さいデータセットしかないが、 $12! \times 5000$  は  $2^{31}$  よりも大きいことに留意しなさい」という注意書きがあったのだが、選手にはあまり読まれなかったようだ。なかなか正解に到達できない場合は、問題文の読み落としがないか今一度チェックする習慣をつけてほしい。

### 問題 H: Top Spinning

幾何の問題。円弧と線分で定義された図形の重心の位置を求め、さらにその重心が図形の内部にあるか外部にあるかを判定する。

重心の計算に関しては、図形をたくさんの三角形と円弧に分割して、各部分の重さと重心をそれぞれ求めてから、重みをつけて計算することで全体の重心の位置が計算できる。円弧の重心の位置は問題文中に与えられている式を使ってもよいし、円弧を十分に多くの線分に分割して多角形の近似計算で求めてもよい。

重心が内部か外部かの判定は、重心を通る半直線が図形と交差する回数を調べればよいが、円弧部分は多数の線分に分割した方がプログラムは簡単になるだろう。半直線が図形の線分の折り返し地点を通る場合には、重心の位置をすこしだけずらすなどの工夫が必要となる。

今回の問題セットの中で一番の難問であり、コンテスト時間内での正解はなかった。円弧を線分に分割して正解に到達できるかどうかの見極めが難しい問題であった。

### 問題 I: Common Polynomial

数式処理の問題。2 整数の最大公約数を求めるユークリッドの互除法と同様な手順で、2 つの多項式の間共通多項式を求めることができる。

比較的難問であるが、2 チームが正解した。結果的に、この問題が解けるかどうかの優勝争いの鍵となった。

### 問題 J: Zigzag

幾何&探索の問題。与えられた全ての点を通る折れ線のうち、折れ数が最小のものを求める問題である。

与えられた全ての点の組み合わせについて直線を生成し、それらの直線の交点を全て求める。各直線について、その上に存在する点や交点を両端点とする線分を生成する。ただし、最初に与えられた点を 2 個以上通る線分だけを考えればよい。あとは各点を始点として、ダイクストラ法で線分を探索し、全ての点を通るまで線分をつないでいけばよい。

難しい問題であり、正解は 0 であった。